

一种思维进化蜂群算法

暴 励

(山西传媒学院制作系,山西太原 030013)

摘 要: 人工蜂群算法(ABC)是一种模拟蜜蜂群智能搜索行为的随机优化算法,已成功用于解决许多优化问题.为有效改善 ABC 算法的性能,文章结合思维进化的思想提出了一种思维进化蜂群算法(MEABC),该算法通过学习并按维更新策略对 ABC 算法进行了改进,并对改进算法的收敛性进行了分析.通过四个标准测试函数的仿真实验,验证了 MEABC 算法能有效避免早熟收敛,全局优化能力和收敛速率都有显著提高.

关键词: 全局优化;人工蜂群算法;思维进化算法;收敛性

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2015)05-0948-08

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn> **DOI:** 10.3969/j.issn.0372-2112.2015.05.018

A Mind Evolutionary Artificial Bee Colony Algorithm

BAO Li

(Department of Production, Communication University of Shanxi, Taiyuan, Shanxi 030013, China)

Abstract: Artificial bee colony (ABC) algorithm is a new global stochastic optimization algorithm, which mimics the intelligent behavior of honeybee swarms. It has been used to solve various optimization problems successfully. In order to further improve the performance of artificial bee colony algorithm, a mind evolutionary artificial bee colony algorithm (MEABC) based on the idea of mind evolutionary is proposed. Two strategies based on opposition learning and dimension updating are applied to MEABC algorithm, and the convergence of the MEABC algorithm is analyzed. Experimental results on four benchmark functions show that the MEABC algorithm can effectively avoid the premature convergence, greatly enhance the global optimization ability and improve the convergence speed.

Key words: global optimization; artificial bee colony; mind evolutionary algorithm; convergence

1 引言

群智能优化算法是目前用来研究解决复杂优化问题的热点算法,人工蜂群算法^[1](Artificial Bee Colony, ABC)是继蚁群算法、粒子群算法、人工鱼群算法之后的一种模拟蜜蜂觅食行为的随机优化算法.该算法由于其计算形式简洁,易于实现等优点,已被应用于解决函数的数值优化^[2~4]和组合优化^[5,6]问题,并被广泛应用于人工神经网络训练^[7,8]、网络及路径规划^[9,10]、生产调度^[11~13]、信号处理^[14]等不同领域.

目前对于 ABC 算法的研究以算法改进和应用^[15~18]为主,而对算法的数学模型和理论研究较少,本文结合思维进化的思想,提出了一种思维进化蜂群算法(Mind Evolutionary Artificial Bee Colony Algorithm, MEABC),通过两种算法的融合来实现种群进化,并对 MEABC 算法性能及收敛性进行了探讨与分析.

2 人工蜂群算法和思维进化算法

2.1 人工蜂群算法

在人工蜂群算法中,蜜蜂分为三种类型:引领蜂(employed bees)、跟随蜂(onlooker bees)和侦察蜂(scout bees).在解决优化问题时,每个蜜蜂食物源的位置相当于待优化问题的解,蜜源的个数与解的个数相等,解的好坏根据蜜蜂食物源的优劣程度来判断,ABC 算法寻找全局最优解的过程相当于蜜蜂搜寻蜜源的过程.

ABC 算法的寻优过程主要由以下四部分组成:

(1)引领蜂搜索

位置更新公式如下:

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + r_{ij}[x_{ij}(t) - x_{kj}(t)] \quad (1)$$

其中, $k \in \{1, 2, \dots, SN\}$, $k \neq i$, $j \in \{1, 2, \dots, d\}$, $r_{ij} \in \text{rand}(-1, 1)$.

(2)选择操作

ABC 算法中跟随蜂通过“贪婪”选择策略对食物源进行选择,选择概率

$$p_i = \frac{\hat{fit}_i}{\sum_{i=1}^{SN} \hat{fit}_i} \quad (2)$$

其中,考虑最小化问题

$$\hat{fit}_i = \begin{cases} \frac{1}{1+f(x_i)}, & f(x_i) > 0 \\ 1+abs(f(x_i)), & f(x_i) \leq 0 \end{cases}$$

\hat{fit}_i 是第 i 个解的适应度值, $f(x_i)$ 是目标函数, SN 是解的个数.

(3) 跟随蜂搜索

位置更新公式同式(1)

(4) 侦察蜂搜索

在 ABC 算法中,空间的解 x_i 被更新的次数通过参数“limit”来控制,若 x_i 在设定的“limit”次数后,不再被更新,则由侦察蜂重新选定食物源,按照下式生成新的解:

$$x_i = x_{\min} + \text{rand}(0,1)(x_{\max} - x_{\min}) \quad (3)$$

可简单的将 ABC 算法以如下形式表示:

初始化阶段;
Repeat
 引领蜂阶段;
 跟随蜂阶段;
 侦察蜂阶段;
 记录找到的最好解;
Until(满足终止条件)

2.2 思维进化算法

思维进化算法^[19](Mind Evolutionary Algorithm, MEA) 是一种模仿人类思维进化过程,通过迭代运算实现进化的学习算法.

MEA 主要通过“趋同”与“异化”两种操作来搜寻最优解,其进化过程主要由以下几部分组成.

(1) 种群. 在 MEA 中,一个群体分为若干子群体,子群体分为优胜子群体(Superior Group)和临时子群体(Temporary Group)两类.优胜子群体记录全局竞争中优胜者的信息,临时子群体记录全局竞争的过程信息.

(2) 公告板. 分为局部公告板(Local Billboard)和全局公告板(Global Billboard)两种,是个体和群体之间进行信息交流的平台.

(3) 趋同. 是子群体内个体进行局部竞争成为胜者,在局部区域内寻找最优解的过程.当子群体的解得不到进一步更新,陷入停滞时,算法认为该子群体成熟.

(4) 异化. 是各子群体进行全局竞争成为胜者,不

断探测解空间,更新解的过程.

当优胜子群体难以得到进一步的更新时算法收敛,此时优胜子群体的优胜者即为全局最优解.

2.3 ABC 和 MEA 内在机制比较分析

ABC 算法利用引领蜂和跟随蜂执行邻域搜索来实现个体向局部最优方向变化,通过侦察蜂来调节种群的多样性,使个体向全局最优方向发展,从而发现最优解.而 MEA 采用多种群并行进化的机制,将解空间的群体划分为若干子群体,通过趋同与异化两种操作来寻找最优解.趋同操作实现局部的开采,使各个子群体向各自的局部最优方向变化,异化操作实现全局的探测功能,使优胜子群体向全局最优方向进化.因此两种算法在局部的开采和全局的探测之间存在一定的可参考性,但 MEA 算法由于采用了趋同操作,其局部开采能力优于 ABC 算法.

3 思维进化蜂群算法

本文借鉴人类思维进化的思想,尝试将 ABC 算法与 MEA 有机的结合起来,利用 MEA 的优点去弥补 ABC 的缺陷与不足,进而构造一种新的混合 ABC 算法——思维进化蜂群算法(Mind Evolutionary Artificial Bee Colony Algorithm, MEABC).其主要思想是利用趋同学习和反向学习的策略来改善种群质量,当某个子群体在限定的循环次数后蜜源质量(解)没有提高时,引入“按维更新(dimension updating)”的策略来提高算法的全局搜索能力.

3.1 基于学习进化的种群初始化

ABC 算法中的种群初始化是随机生成的,这种方式给群体均匀地分布在搜索空间带来一定的局限性,在一定程度上会影响算法的求解效率.为了克服 ABC 算法随机产生群体的弊端,提高种群的多样性,使个体能够尽可能地实现均匀分布,本文采用了基于趋同学习和反向学习^[20]的群体初始化策略.

我们知道,人类思维进化过程中,在结合自身经验的基础上,会向前人和周围的成功者学习. MEA 的趋同操作正是模拟了此过程,子群体内个体相互竞争的行为就是学习进化的过程.本文利用趋同学习策略,在优秀者周围随机散布适当数量的个体来构造初始种群,同时利用反向学习策略来保证群体内个体均匀地分布在解空间,两者结合的群体生成方式既遵循了优胜劣汰、适者生存的原则,又提高了群体的多样性.因此, MEABC 算法借鉴思维进化趋同学习和反向学习的思想来生成初始种群.

具体方法如下:

(1) 在整个解空间按照反向学习策略生成 SN 个个体(设群体的规模为 $SN = r * M$).

设空间解 $x_i \in (x_{\max}, x_{\min})$, 则其反向解可定义为 $x'_i = (x_{\max} + x_{\min} - x_i)$.

(2) 评价这些个体的优劣, 选择最好的 r 个优秀个体, 分别作为 r 个子群体的初始中心 $c_i (i = 0, \dots, M - 1)$.

(3) 以 r 个个体 $c_i (i = 0, \dots, M - 1)$ 为中心, 服从正态分布产生 M 个个体, 分别构成 r 个优秀子群体.

(4) 所有优秀子群体组成初始种群.

通过上述反向学习和趋同策略, 种群在初始阶段既保证了一定的均匀度和多样性, 这将有助于后续进化阶段解的质量的改善与求解效率的提高.

3.2 MEABC 中选择策略的确定

ABC 算法中, 选择操作采用轮盘赌的方法, 会产生由于超级个体的影响导致种群多样性下降的现象. 而锦标赛选择方法, 对适应度值的正负没有具体要求, 只把个体适应度值的相对值作为选择的依据, 可以有效避免群体中超级个体对算法的影响, 使算法在一定程度上避免陷入局部最优. 因此, MEABC 算法采用锦标赛选择策略^[21]来确定选择概率.

$$P_i = \frac{s_i}{\sum_{n=1}^{SN} s_i} \quad (4)$$

其中, s_i 表示个体适应度值 fit_i 的得分.

3.3 按维更新策略

对于某些多维目标函数而言, 侦查蜂通过式(3)随机产生新解的方式影响算法收敛速度和解的质量, 因此在 MEABC 算法中采用了按维更新的策略来提高种群的多样性及全局搜索能力.

按维更新策略在更新解时按照各维值进行更新, 首先利用某一维的值与其他维的值组合成一个新的解, 然后评估该新解, 如新解优于当前的解, 则保留更新解, 如更新的解未能改善当前的解, 则放弃当前更新解, 进入下一组维的更新评估. 这种策略利用维信息引导当前解进行更新, 使得空间某个解不会因其他维的退化而被放弃, 从而使算法获得更高质量的解并增强算法的收敛速度. 具体更新方式如下:

$$\begin{cases} x_i(t+1) = x_i(t) + \text{rand}(0, 1)[x_j(t) - x_i(t)], & \text{limit}_1 < \text{search} < \text{limit}_2 \\ x_i(t+1) = x_{\min} + \text{rand}(0, 1)(x_{\max} - x_{\min}), & \text{limit}_2 < \text{search} \end{cases} \quad (5)$$

其中, $\text{limit}_1 = 0.02MCN$, $\text{limit}_2 = 0.04MCN$, $x_j(t)$ 表示第 t 代的随机解, search 是解的更新次数.

3.4 MEABC 算法流程

具体步骤如下:

Step 1 根据反向学习和趋同策略生成初始种群

$x_i (i = 1, \dots, n)$, 并计算每个解的适应度值.

Step 2 各子种群的引领蜂根据式(1)进行位置更新, 产生新解 $x_i(t+1)$, 并且计算其适应度值 $fit_i(t+1)$.

Step 3 如果产生的新解 $x_i(t+1)$ 好于 $x_i(t)$, 则用解 $x_i(t+1)$ 替换 $x_i(t)$, 否则保留 $x_i(t)$ 不变.

Step 4 根据式(4), 利用锦标赛选择策略确定 x_i 的选择概率 P_i .

Step 5 跟随蜂根据 P_i 选择解, 并根据式(1)进行位置更新, 产生新解 $x_i(t+1)$, 并计算其适应度值.

Step 6 如果产生的新解 $x_i(t+1)$ 好于 $x_i(t)$, 则用 $x_i(t+1)$ 替换 $x_i(t)$, 否则保留 $x_i(t)$ 不变.

Step 7 判断解 $x_i(t)$ 的更新次数是否大于 limit , 若是, 则跟随蜂转为侦察蜂, 并根据式(5)产生一个新解 $x_i(t+1)$ 来代替它.

Step 8 记录迄今为止的全局最优解 x_{best} .

Step 9 判断是否达到最大迭代次数, 如达到, 则输出最优结果 x_{best} , 否则返回 Step 2.

4 MEABC 算法收敛性分析

由文献[22]知混合优化算法全局收敛的必要条件为:

①与历史最优解进行比较时, 采用精英选择策略, 即:

$$f_{k+1}^* = \begin{cases} f(X), & f(X) < f_k^* \\ f_k^*, & \text{其他} \end{cases}$$

式中 f_k^* 为经过前 k 次比较所发现且保留到 k 时刻的最优点的函数值; X 为第 $k+1$ 次与历史最优点进行比较的采样点.

②从任意非全局最优点(设为 X')移动至与之相对应的水平集 $L(X') = \{X | f(X) < f(X'), X \in S\}$ 的概率不为 0, S 表示整个搜索空间.

如混合算法满足以上①②条件, 则算法最优序列依概率 1 全局收敛.

由于 MEABC 算法采用精英保留策略, 固该算法满足条件①. 下面将证明 MEABC 算法满足条件②.

在 MEABC 算法中, 每个食物源位置对应待优化问题的解, 设种群大小为 SN .

定义 1 个体蜜源位置状态和个体蜜源位置的状态空间, 个体蜜源位置状态由个体蜜源位置 D 维向量 $\mathbf{x} (\mathbf{x} \in \mathbf{A})$ 组成, 其中 \mathbf{A} 为可行解空间; 所有可能的蜜源位置状态的集合构成个体蜜源位置的状态空间, 记作 $\mathbf{X} = \{\mathbf{x} | \mathbf{x} \in \mathbf{A}\}$.

定义 2 群体的蜜源位置状态和群体的蜜源位置状态空间, 蜂群中 SN 个个体蜜源位置状态的集合称为群体状态, 记作 $S = (x_1, x_2, \dots, x_{SN})$; 群体的所有可能

的位置状态构成群体的位置状态空间,记作 $S = \{s = (x_1, x_1, \dots, x_{SN}), x_i \in X, 1 \leq i \leq SN\}$.

很明显,群体的位置状态空间中包含群体的历史最佳位置状态 $Global_best$ 和每个个体的历史最佳位置状态 $best_i$ ($1 \leq i \leq SN$), 而且 $f(Global_best) = \min(f(best_i))$, ($1 \leq i \leq SN$), 即 $best_i$ ($1 \leq i \leq SN$) 中的最佳位置状态是 $Global_best$, 其中 $f(*)$ 是适应度函数.

定义 3 设待优化问题的全局最优解为 $Global_best$, 个体位置的最优状态集可定义为

$$Global_best = \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{x}^* \mid f(\mathbf{x}^*) = f(Global_best) \\ = \min(f(best_i)), (1 \leq i \leq t) \end{array} \right\}$$

(t 是迭代次数);

$$Swarm_best = \left\{ \begin{array}{l} s = (x_1, x_1, \dots, x_{SN}) \mid \\ \exists x_i \in Global_best, 1 \leq i \leq SN \end{array} \right\}.$$

定义 4 个体邻域状态和个体领域状态空间个体位置 x_i 更新时可能到达的一个位置 $Neighbour_{x_i}$ ($Neighbour_{x_i} \in A$) 称为个体位置 x_i 的邻域状态; 个体位置 x_i 所有可能的邻域状态构成的集合称为个体邻域状态空间, 记作 $Neighbour_{x_i} = \{Neighbour_{x_i} \mid Neighbour_{x_i} \in A\}$, 状态个数为 $|Neighbour_{x_i}|$ ($|Neighbour_{x_i}| > 0$).

定义 5 个体位置的状态转移和转移概率, 对于 $\forall x_i \in X, \forall x_j \in X$, 由 x_i 转移到 x_j , 记作 $T_x(x_i) = x_j$; 转移概率记作 $P(T_x(x_i) = x_j)$.

在 MEABC 算法中, x_i 转移到 x_j , 要满足两个条件: (1) x_j 在可行域空间内, 并且 x_i 的领域状态; (2) x_j 产生之后被 x_i 选择. 所以转移概率由两部分组成: 产生概率 $G_{x_i x_j}$ 和接受概率 $Accept_{x_i x_j}$. 假设个体邻域状态空间中, 每个状态时等概率选取, 则有

$$G_{x_i x_j} = \begin{cases} \frac{1}{|Neighbour_{x_i}|}, & x_j \in Neighbour_{x_i} \\ 0, & x_j \notin Neighbour_{x_i} \end{cases}$$

$$Accept_{x_i x_j} = \begin{cases} 1, & f(x_i) \geq f(x_j) \\ 0, & f(x_i) < f(x_j) \end{cases}$$

则 $P(T_x(x_i) = x_j) = G_{x_i x_j} * Accept_{x_i x_j}$.

定义 6 群体位置的状态转移及转移概率, 对于 $\forall s_i = (x_{i1}, x_{i1}, \dots, x_{iSN}) \in S, \forall s_j = (x_{j1}, x_{j1}, \dots, x_{jSN}) \in S$, 由 s_i 一步转移至 s_j , 记为 $T_s(s_i) = s_j$, 转移概率则记为 $P(T_s(s_i) = s_j)$.

4.1 MEABC 算法中的个体位置状态转移概率分析

MEABC 算法中一次迭代开始时个体位置初始状态为 x_1 , 迭代结束时个体位置状态为 x_2 . 在这过程中经历 1 次中间状态, 转移概率表达式分析过程如下:

MEABC 算法的初始个体位置状态为 x_1 .

引领蜂阶段: 个体位置状态由 x_1 转移到中间状态

x'_1 的转移概率为:

$$P(T_X(x_1) = x'_1) = \begin{cases} G_{x_1 x'_1} * Accept_{x_1 x'_1}, & \\ x'_1 \in neighbour_{x_1}, & \\ f(x_1) \geq f(x'_1) & \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

跟随蜂阶段: 根据精英选择策略, 按照选择概率 p_i 确定个体位置状态由 x'_1 转移到中间状态 x_2 的转移概率为:

$$P(T_X(x'_1) = x_2) = \begin{cases} p_i * G_{x'_1 x_2} * Accept_{x'_1 x_2}, & \\ x_2 \in Neighbour_{x'_1}, & \\ f(x'_1) \geq f(x_2) & \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

侦察蜂阶段: 如果在当前位置 x'_1 附近的搜索次数超过阈值 $limit$ 还不能找到较优良的蜜源, 则放弃 x'_1 , 随机产生 x_2 的概率为:

$$P(T_x(x'_1) = x_2) = P(\text{search} > \text{limit}) \quad (8)$$

MEABC 算法是通过两个阶段的搜索完成一次迭代的, 所以个体位置状态由 x_1 转移到 x_2 的转移概率是由式(6)~(8)共同决定的. 即

$$P(T_X(x_1) = x_2) = \begin{cases} p(T_X(x_1) = x'_1) \\ * P(\text{search} > \text{limit}), & \\ \text{search} > \text{limit} & \\ p(T_X(x_1) = x'_1) & \\ * P(T_X(x'_1) = x_2), & \\ \text{其他} & \end{cases} \quad (9)$$

如某个中间状态转移概率为 0, 则代表此中间状态不存在, 在计算 $P(T_x(x_1) = x_2)$ 时, 不写入其对应的状态转移概率. 例如 $P(T_X(x'_1) = x_2) = 0$, 代表 x_2 不在 x'_1 的邻域位置状态集合中, 或者其适应度值大于 x'_1 的适应度值, 那么在搜索过程中 x_2 将不出现在中间状态集合中, 计算 $P(T_x(x_1) = x_2)$ 时, 也不包括 $P(T_X(x'_1) = x_2)$ 的值.

4.2 群体位置状态转移概率分析

在人工蜂群迭代中, 若群体位置状态由 s_i , 一步转移到群体位置状态 s_j , 则意味着群体位置状态 s_i 中所有的个体位置状态同时转移到群体位置状态 s_j 中所有个体位置的状态, 即 $T_x(x_{i1}) = x_{j1}, T_x(x_{i2}) = x_{j2}, \dots, T_x(x_{iSN}) = x_{jSN}$ 同时成立. 则群体位置的状态转移概率为:

$$\begin{aligned} P(T_s(s_i) = s_j) &= P(T_X(s_{i1}) = s_{j1}) P(T_X(s_{i2}) = s_{j2}) \\ &\dots P(T_X(s_{iSN}) = s_{jSN}) \\ &= \prod_{n=1}^{SN} P(T_X(s_{in}) = s_{jn}) \end{aligned} \quad (10)$$

4.3 MEABC 算法由非全局最优点转移到全局最优点的概率不为 0 的证明过程

定理 1 人工蜂群中群体状态序列是有限齐次 Markov 链。

证明 任何优化算法的搜索空间都是有限的, MEABC 算法任何一个个体位置状态 x 都是有限的, 因此个体位置状态空间是有限空间。一个蜂群群体状态空间 $S = (x_1, x_1, \dots, x_{SN})$ 由 SN 个个体组成, SN 是有限正整数, 因此群体位置状态空间也是有限空间。

由 4.2 可知, 群体位置状态 $\{s(t), t \geq 0\}$ (t 是迭代次数) 中, 对于 $\forall s(t) \in S, \forall s(t+1) \in S$, 群体状态转移概率 $P(Ts(s(t)) = s(t+1))$ 由群体中所有个体的转移概率决定。由 4.1 可知, 群体中任何一个个体的状态转移概率 $P(Tx(s(t)) = x(t+1))$ 都是由第 t 代的个体位置状态 $x(t)$ 、随机数大小、待优化问题等决定的, 而与迭代次数 t 本身无关, 因此 $P(Tx(s(t)) = x(t+1))$ 也仅仅与第 t 代的群体位置状态相关, 所以群体位置状态 $P(Ts(s(t)) = s(t+1))$ 具有 Markov 性, 并且是齐次 Markov 链^[23]。

综上所述, MEABC 算法中的群体状态序列是有限齐次 Markov 链, 定理 1 得证。

定理 2 在 MEABC 算法中, 对于个体位置状态序列 $\{x(t), t \geq 0\}$, 最优个体的位置状态集合是个体位置状态空间上的一个闭集。

证明 对于 $\forall x^* \in \text{Global_best}, \forall x_i \notin \text{Global_best}$ ($1 \leq i \leq SN$), 比较其各自对应的适应度值关系总有 $f(x_i) \geq f(x^*)$, 而由式(6)~(8), 可以得到 $P(Tx(x^*) = x_i) = 0$, 即集合 Global_best 到达集合之外元素的概率为 0。由文献[23]中闭集的定义可知, Global_best 是 X 上的一个闭集, 定理 2 得证。

定理 3 MEABC 算法中, 最优个体位置的群体状态集合 Swarm_best 是群体状态空间 S 上的一个闭集。

证明 由式(10)可知: 对于 $\forall s_i \in \text{Swarm_best}, \forall s_j \notin \text{Swarm_best}$, 若要 $T_{\text{Swarm_best}}(S_i) = S_j$, 则需最优个体位置状态集合 S_i 中所有的个体位置状态同时转移到 S_j , 所有个体位置的状态, 即使 $\forall T_{\text{Swarm_best}}(s_{in}) = s_{in}, s_{in} \in \text{Swarm_best}$, 由定理 2 可知, 最优个体位置状态的集合是个体位置状态空间上的一个闭集, 所以有 $P(T_{\text{Swarm_best}}(s_{in}) = s_{in}) = 0$,

$$P(T_s(s_i) = s_j) = \prod_{n=1}^{SN} P(T_x(x_{in}) = x_{jn}) = 0$$

由闭集^[24]定义可知, 最优个体位置的群体状态集合是群体状态空间上的一个闭集。

定理 4 在群体的状态空间 S 中, 除了 Swarm_best 之外, 不能找到其他的非空闭集 B 使得 $\text{Swarm_best} \cap B$

$= \emptyset$ 。

证明 使用反证法证明定理 4, 假使在群体的状态空间 S 里, 除 Swarm_best 之外, 可以找到一个非空闭集 B 使 $\text{Swarm_best} \cap B = \emptyset$ 。设

$$s_i = (x_1, x_2, \dots, x_{SN}) \in \text{Swarm_best},$$

$$x_k \in \text{Global_best}, (1 \leq k \leq SN)$$

$$\forall s_j = (x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jSN}) \in B$$

则有 $f(x_{jk}) > f(x_k) (1 \leq k \leq SN)$ 。

由式(6)~(8)可知, 若 x_i 在 x_{jk} 的邻域位置空间中, 则 $T_x(x_i) = x_{jk}$ 是有可能发生的, 即 $P(T_x(x_i) = x_{jk}) > 0$, B 中的位置元素有可能达到 B 之外的位置, 所以 B 不是闭集, 这和假设是矛盾的, 因此假设不成立, 在群体的状态空间 S 中, 除了 Swarm_best 之外, 不能找到其他的非空闭集 B 使得 $\text{Swarm_best} \cap B = \emptyset$ 。定理 4 得证。

引理^[24] 假定 Markov 链有一个非空集合 C , 且不存在另一个非空闭集 E , 使 $C \cap E = \emptyset$, 那么当 $n \rightarrow \infty$ 时, 若 $j \in C$, 则 $\lim P(x_n = j) = \pi_j$; 若 $j \notin C$, 则 $\lim P(x_n = j) = 0$ 。

定理 5 当蜜源位置的群体内部迭代趋于无穷时, 群体状态序列必将进入最优状态集 F 。

证明 由定理 3、定理 4 及引理可证。

由上知 MEABC 满足收敛条件②, 因此 MEABC 算法是收敛的。

5 实验结果与分析

5.1 测试函数

为了检验 MEABC 算法的性能, 在仿真实验中, 本文选择了四个分别具有单模态和多模态特性的测试函数^[25]进行测试, 每个函数的具体定义如表 1 所示。

表 1 4 个标准测试函数

Function	Equation	Range	Min
Sphere	$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$	$[-100, 100]$	0
Quartic	$f_2(x) = \sum_{i=1}^n ix_i^4 + \text{random}[0, 1]$	$[-1.28, 1.28]$	0
Griewank	$f_3(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$	$[-600, 600]$	0
Rastrigin	$f_4(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10]$	$[-5.12, 5.12]$	0

5.2 实验结果分析

在实验中, 设蜂群数量为 100, 子群体个数 $M = 20$, 子群体规模 $r = 5$, 引领蜂的个数 (n_e) 和跟随蜂的个数 (n_o) 均为 50, 测试函数的维数 $D = 50$, 最大循环次数 $\text{MCN} = 2000$, 针对每个测试函数, MEABC 和 ABC 算法均随机独立运行 30 次, 并记录其平均值和方差, 实验结果

见表 2. 每个测试函数平均值的进化过程曲线见图 1 ~ 图 4, 图中的横坐标表示循环次数, 纵坐标表示平均适应度值.

(1) Sphere 和 Quartic 是复杂的单模态函数, 主要是用来考察算法的寻优精度和执行能力. 由表 2 和图 1 ~ 图 2 可知, 对于函数 Sphere 和 Quartic, MEABC 算法均优于 ABC 算法, 以较快的速度收敛到最优解.

表 2 各函数实验比较结果

函数	算法	均值	方差
f_1	ABC	6.764986E-011	4.675496E-011
	MEABC	3.426788E-023	1.233437E-023
f_2	ABC	7.301637E-001	1.298053E-001
	MEABC	8.363710E-002	2.874712E-002
f_3	ABC	3.002776E-010	1.539993E-009
	MEABC	1.700724E-017	3.784381E-017
f_4	ABC	2.794634E-006	2.213664E-005
	MEABC	3.552743E-016	2.427937E-016

(2) Griewank 和 Rstrigin 是复杂的非线性多模态函数, 由于局部极值点较多, 算法寻找全局最优值的难度

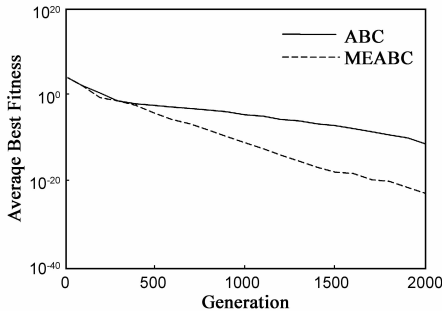


图 1 $f_1(x)$ Sphere 函数

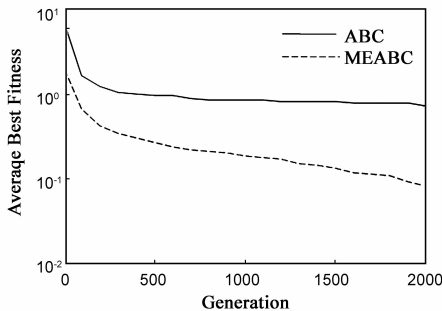


图 2 $f_2(x)$ Quartic 函数

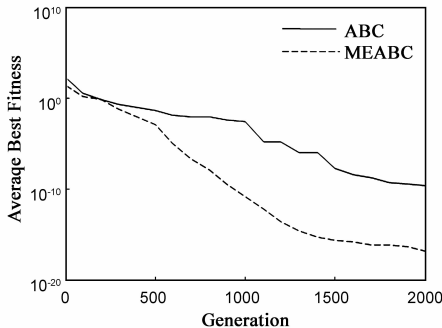


图 3 $f_3(x)$ Griewank 函数

较大, 因此主要用来检验算法避免早熟的能力和全局搜索的性能. 从图 3 ~ 图 4 可以看出, 由于采用了逐维更新评价策略, 使 MEABC 算法比 ABC 算法更容易跳出局部最优, 在一定程度上避免了早熟收敛, 性能优于 ABC 算法. 其中, Griewank 函数随着迭代的进行, 表现出较好的收敛速度和求精能力, 且 MEABC 算法的稳定性也好于 ABC 算法; Rastrigin 函数早期表现出了较快的收敛速度, 在后期收敛速度虽然放缓, 但与 ABC 算法相比, 仍具有较好的收敛效果.

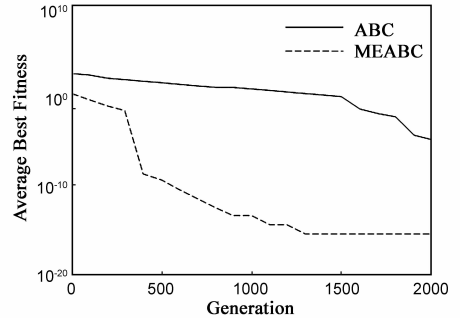


图 4 $f_4(x)$ Rastrigin 函数

通过以上分析可知, 由于种群初始化、选择策略和搜索等机制的改进, MEABC 算法较 ABC 算法性能有明显改善, 收敛精度和收敛速度也均有显著提高.

6 结束语

ABC 算法是一种用于解决复杂优化问题的群智能优化算法, 在平衡算法开采与探测能力的同时, 如何避免算法陷入早熟, 提高算法的收敛度和鲁棒性是研究的重点. 本文将 ABC 算法和 MEA 算法融合, 提出了一种思维进化蜂群算法 (MEABC), 通过调整种群结构和强化全局搜索能力来改善算法的收敛速度和解的质量, 仿真实验表明改进算法的有较好的寻优能力. 在后续的研究中, 将重点关注如何针对蜂群的生物学机理, 进一步分析蜂群的行为模式, 从算法的体系结构、工作机理、技术特点及局限性等方面进行比较研究, 去解决复杂的、高维多目标的优化问题.

参考文献

- [1] Karaboga D. An Idea Based on Honey Bee Swarm for Numerical Optimization[R]. Kayseri, Turkey: Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department, 2005. 1 - 10.
- [2] Karaboga D, Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony(ABC) algorithm[J]. Journal of Global Optimization, 2007, 39(3): 459 - 471.
- [3] Karaboga D, Basturk B. On the performance of artificial bee

- colony(ABC) algorithm[J]. *Applied Soft Computing*, 2008, 8(1): 687 – 697.
- [4] Karaboga D, Basturk B. Artificial bee colony(ABC) optimization algorithm for solving constrained optimization problems [A]. LNCS: Advances in Soft Computing: Foundations of Fuzzy Logic and Soft Computing[C]. Berlin: Springer-Verlag, 2007, 4529: 789 – 798.
- [5] 周清雷, 陈明昭, 张兵. 多目标人工蜂群算法在服务组合优化中的应用[J]. *计算机应用研究*, 2012, 29(10): 3625 – 3628.
Zhou Qing-lei, Chen Ming-zhao, Zhang Bing. Multi-objective artificial bee colony algorithm applied in QoS-aware service composition optimization[J]. *Application Research of Computers*, 2012, 29(10): 3625 – 3628. (in Chinese)
- [6] 郭莹, 张长胜, 张斌. 一种求解 SAT 问题的人工蜂群算法[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2014, 35(1): 29 – 32.
Guo Ying, Zhang Chang-sheng, Zhang Bin. An artificial bee colony algorithm for solving SAT problem [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2014, 35(1): 29 – 32. (in Chinese)
- [7] Karaboga D, Akay B B. Artificial bee colony algorithm on training artificial neural networks [A]. *Proceedings of IEEE 15th Signal Processing and Communications Applications Conference*[C]. CA: IEEE Press, 2007. 1 – 4.
- [8] Karaboga D, Akay B B, Ozturk C. Artificial bee colony(ABC) optimization algorithm for training feed-forward neural networks [A]. LNCS: Modeling Decisions for Artificial Intelligence [C]. Berlin: Springer-Verlag, 2007, 4617: 318 – 319.
- [9] Srinivasa Rao R, Narasimham S V L, Ramalingaraju M. Optimization of distribution network configuration for loss reduction using artificial bee colony algorithm[J]. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems Engineering*, 2008, 1(2): 709 – 715.
- [10] Xu Chun-fang, Duan Hai-bin, Liu Fang. Chaotic artificial bee colony approach to uninhabited combat air vehicle (UCAV) path planning[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2010, 14(8): 535 – 541.
- [11] Singh A. Anartificial bee colony algorithm for the leaf-constrained minimum spanning tree problem [J]. *Applied Soft Computing*, 2009, 9(2): 625 – 631.
- [12] 赵志, 黄文杰. 改进人工蜂群算法及在风电场群调度中的应用[J]. *中南大学学报(自然科学版)*, 2011, 42(10): 3101 – 3104.
Zhao Zhi, Huang Wen-jie. Improved artificial bee swarm algorithm and its application in artificial bee swarm algorithm and its application in optimal operation of wind-power generators [J]. *Journal of Central South University (Natural Science)*, 2011, 42(10): 3101 – 3104. (in Chinese)
- [13] 王凌, 周刚, 许焯, 等. 求解不相关并行机混合流水线调度问题的人工蜂群算法[J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(12): 1552 – 1557.
Wang Ling, Zhou Gang, Xu Ye, et al. An artificial bee colony algorithm for solving hybrid flow-shop scheduling problem with unrelated parallel machines[J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(12): 1552 – 1557. (in Chinese)
- [14] 张银雪, 田学民, 邓晓刚. 基于改进人工蜂群算法的盲源分离方法[J]. *电子学报*, 2012, 40(10): 2026 – 2030.
Zhang Yin-xue, Tian Xue-min, Deng Xiao-gang. Blind source separation based on modified artificial bee colony algorithm [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(10): 2026 – 2030. (in Chinese)
- [15] Pei-Wei Tsai, Jeng-Shyang Pan, Bin-Yih Liao, Shu-Chuan Chu. Enhanced artificial bee colony optimization[J]. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, 2009, 5(12): 5081 – 5092.
- [16] Omkar S N, Senthilnath J, Khandelwal R, et al. Artificial bee colony(ABC) for multi-objective design optimization of composite structures[J]. *Applied Soft Computing*, 2011, 8(1): 489 – 499.
- [17] 林小军, 叶东毅. 云变异人工蜂群算法[J]. *计算机应用*, 2012, 32(9): 2538 – 2541.
Lin Xiao-jun, Ye Dong-yi. Artificial bee colony algorithm based on cloud mutation [J]. *Journal of Computer Applications*, 2012, 32(9): 2538 – 2541. (in Chinese)
- [18] 高卫峰, 刘三阳, 黄玲玲. 受启发的人工蜂群算法在全局优化问题中的应用[J]. *电子学报*, 2012, 40(12): 2398 – 2403.
Gao Wei-feng, Liu San-yang, Huang Ling-ling. Inspired artificial bee colony algorithm for global optimization problems [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2012, 40(12): 2398 – 2403. (in Chinese)
- [19] Sun Chen-yi, Sun Yan, Wei Lijun. Mind-evolution-based machine learning: framework and the implementation of optimization [A]. *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems [C]*. Vrenna, Austria: IEEE, 1998. 355 – 359.
- [20] 周新宇, 吴志健, 王晖, 等. 一种精英反向学习的粒子群优化算法[J]. *电子学报*, 2013, 41(8): 1647 – 1652.
Zhou Xin-yu, Wu Zhi-jian, Wang Hui, et al. Elite opposition-based particle swarm optimization [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2013, 41(8): 1647 – 1652. (in Chinese)
- [21] Bao Li, Zeng Jianchao. Comparison and analysis of the selection mechanism in the artificial bee colony algorithm [A]. *Proceedings of Ninth International Conference on Hybrid Intelligent Systems [C]*. CA: IEEE Computer Society Press, 2009. 411 – 416.
- [22] 彭智, 谢玲. 混合优化算法的全局收敛性分析[J]. *北京理工大学学报*, 2012, 32(4): 435 – 440.

Peng Zhi, Xie Lin. Global convergence analysis of hybrid optimization algorithms [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2012, 32(4): 435 – 440. (in Chinese)

- [23] 邢文训, 谢金星. 现代优化计算方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005. 81 – 94.
- [24] 张文修, 梁怡. 遗传算法的数学基础 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001. 81 – 105.
- [25] Yao X, Liu Y, Lin G M. Evolutionary programming made faster [C]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1999. 82 – 102.

作者简介



暴 励 男, 1975 年 9 月生, 山西传媒学院制作系讲师, 硕士, CCF 会员. 研究方向为智能计算、影视多媒体技术等.

E-mail: libao@sina.com